

## IV115 Homework 23.2.2009

1. Uvažte hybridní automat  $H=(Q, X, \Sigma, V, Init, f, Inv, R)$ , kde

- $Q = \{q_1, q_2\}$
- $X = \mathbb{R}^2$ , kde  $\mathbb{R}$  označuje množinu reálných čísel
- $\Sigma = \emptyset$
- $V = \emptyset$
- $Init = \{(q_1, x) | x_1 = 0 \text{ a } x_2 > 0\}$
- $\dot{x} : f(q_1, x) = [1, -1]^T, f(q_2, x) = [-2, 1]^T$  pro každé  $x \in X$
- $Inv(q_1) = Inv(q_2) = \{x \in X | x_1 \geq 0 \text{ a } x_2 \geq 0\}$
- $R((q_1, \{x : x_2 = 0\}) = (q_2, (x_1, x_2))$   
 $R((q_2, \{x : x_1 = 0\}) = (q_1, (x_1, x_2))$

1. Nakreslete schéma (obrázek) hybridního automatu.
2. Načrtněte funkci závislosti stavu na čase a funkci závislosti  $x_1$  a  $x_2$  na čase. (Podobně jako na obr. 1 a 2 v lekci 1 materiálů). Uvažujte přitom počáteční stav, kde  $x_2 = 4$ .
3. Je automat neblokující?
4. Je deterministický?
5. Je Zeno? Proč?

2. Uvažte systém

$$\dot{x} = 1 + x^2, x(0) = 0$$

1. Je funkce  $1 + x^2$  Lipschitz spojitá?  
Je Lipschitz spojitá na intervalu  $[-3, 3]$ ?  
Je Lipschitz spojitá v  $x=0$ ?
2. Existuje řešení systému? Pokud ano, zkuste jej najít.
3. Je toto řešení unikátní?

3. Uvažte systém

$$\dot{x} = x^{1/2}, x(0) = 0$$

1. Je funkce  $1 + x^{1/2}$  Lipschitz spojitá?  
Je Lipschitz spojitá na intervalu  $[-3, 3]$ ?  
Je Lipschitz spojitá v  $x=0$ ?
2. Existuje řešení systému? Pokud ano, zkuste jej najít.
3. Je toto řešení unikátní?

4. Zkuste namodelovat bouncing ball pomocí *non-Zeno* hybridního automatu.